

Вариант ФМШ2019-09-1

1. Решите уравнение: 
$$\frac{\frac{x^2 - x}{x - 1} - \frac{x + 1}{x^2 + x}}{\frac{3 + x}{3x + x^2} - \frac{3x - x^2}{3 - x}} : \frac{\frac{5 + x}{x^2 - 7x} - \frac{5 - x}{x + 7}}{\frac{5x - x^2}{x - 7} - \frac{5 - x}{x^2 + 7x}} = \frac{x}{y}$$

- Рассмотрим часть плоскости, ограниченную некоторой геометрической фигурой, и нарисуем окружность, которая не будет иметь общих точек с этой частью плоскости. Всегда ли радиус такой окружности можно сделать сколь угодно большим? Всегда ли можно нарисовать указанную окружность так, чтобы площадь круга, ограниченного этой окружностью, была больше площади исходной части плоскости? Ответы обосновать.
- Хомячок по ночам бежит в колесе. Сделав пробежку продолжительностью 1-2 минуты, он отдыхает. Затем снова бежит и опять отдыхает. Время отдыха в 2-3 раза меньше, чем время только что сделанной пробежки. Сколько километров может пробежать хомячок с 0 часов ночи до 6 часов утра, если диаметр колеса 18 см, а за одну пробежку колесо делает 60-80 полных оборотов? Каковы будут минимально и максимально возможные скорости хомячка?
- Часть графика линейной функции  $y = kx + b$  вместе с осями координат образует треугольник. После увеличения значения  $b$  на 5 (значение  $k$  при этом осталось прежним) площадь треугольника увеличилась в 4 раза. Чему может быть равно исходное значение  $b$ ? Будет ли зависеть исходное значение  $b$  от величины коэффициента  $k$ ?
- Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются на число, кратное 2.
- Дан угол  $A_1OA_2$ . Построим угол  $A_1OA_3$ , биссектрисой которого является  $OA_2$ , затем угол  $A_1OA_4$ , биссектрисой которого является  $OA_3$ , и т.д. Может ли возникнуть ситуация, когда  $n$ -ый луч  $OA_n$  совпадёт с каким-то из предыдущих? Если да, то найдите все такие случаи.
- Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{(x^4 - 1) \cdot (2 - x)^2}{(x^2 - 3x + 2) \cdot (1 - x)}} + \frac{(x + 2) \cdot (2x - 1)}{x \cdot (3 - x)} > 0 \\ (6 - 5x - x^6) \cdot \sqrt{(x + 1) \cdot (2 - x)} \leq 0 \end{cases}$$

Вариант ФМШ2019-09-2

1. Решите уравнение: 
$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{7 + x}{7x + x^2} - \frac{7x - x^2}{7 - x}}{\frac{x^2 - 5x}{x - 5} - \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 5x}} : \frac{\frac{x^2 - 3x}{1 + x} - \frac{x + 3}{x - x^2}}{\frac{x - 3}{x + x^2} - \frac{x^2 + 3x}{1 - x}}$$

- Рассмотрим часть плоскости, ограниченную некоторой геометрической фигурой, и нарисуем окружность, которая целиком лежит в этой части плоскости. Может ли радиус такой окружности быть сколь угодно большим? Может ли площадь круга, ограниченного такой окружностью, быть больше площади исходной геометрической фигуры? Ответы обосновать.
- Хомячок по ночам бежит в колесе. Сделав пробежку продолжительностью 2-3 минуты, он отдыхает. Затем снова бежит и опять отдыхает. Время отдыха в 2-4 раза меньше, чем время только что сделанной пробежки. Сколько километров может пробежать хомячок с 0 часов ночи до 6 часов утра, если диаметр колеса 18 см, а за одну пробежку колесо делает 100-120 полных оборотов? Каковы будут минимально и максимально возможные скорости хомячка?
- Часть графика линейной функции  $y = kx + b$  вместе с осями координат образует треугольник. После уменьшения значения  $b$  на 5 (значение  $k$  при этом осталось прежним) площадь треугольника уменьшилась в 4 раза. Чему может быть равно исходное значение  $b$ ? Будет ли зависеть исходное значение  $b$  от величины коэффициента  $k$ ?
- Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются на число, кратное 3.
- Дан угол  $A_1OA_2$ . Построим угол  $A_1OA_3$ , биссектрисой которого является  $OA_2$ , затем угол  $A_1OA_4$ , биссектрисой которого является  $OA_3$ , и т.д. Всегда ли  $n$ -ый луч  $OA_n$  не будет совпадать ни с одним из предыдущих? Если не всегда, то найдите все случаи, когда это будет так.
- Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{(x^4 - 1) \cdot (3 - x)^2}{(x^2 - 4x + 3) \cdot (1 - x)}} + \frac{(x + 2) \cdot (2x - 1)}{x \cdot (4 - x)} > 0 \\ (4 - 3x - x^6) \cdot \sqrt{(x + 1) \cdot (3 - x)} \leq 0 \end{cases}$$