

Вариант ФМШ2019-10-1

1. Вычислите сумму ряда: $3 + 12 + 21 + \dots + (n - 21) + (n - 12) + (n - 3)$
(Идея задачи: Николай Дмитриев, 8 класс, Москва)
2. Что такое многоугольник? Может ли многоугольник иметь бесконечное количество сторон? Если да, то будет ли в этом случае конечной или бесконечной его площадь? Если нет, то может ли тем не менее площадь многоугольника быть бесконечной? Ответы обосновать.
3. Хомячок с 0 часов ночи до 6 часов утра бегаёт в колесе диаметром 18 см. Сделав пробежку продолжительностью 1-2 минуты он отдыхает. Затем снова бежит и опять отдыхает. Время отдыха в 2-3 раза меньше, чем время только что сделанной пробежки. За одну пробежку колесо делает 60-80 полных оборотов, а каждые 3 км пробега хомячка дают 1 Вт·ч энергии. На сколько процентов за ночь хомячок сможет зарядить мобильный телефон, который полностью заряжается зарядным устройством с напряжением 5 В и средним током 1 А в течение 3 часов ($A = I \cdot U \cdot t$).
4. Часть графика линейной функции $y = kx + b$ вместе с осями координат образует треугольник. После уменьшения в 4 раза модуля коэффициента k площадь треугольника увеличилась. В каких пределах могло измениться значение b ?
5. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются на величину, лежащую между числом, кратным 4, и ближайшим к нему большим числом, кратным 2.
6. Каждое новое значение времени (кроме первого и второго), выводимое электронными часами в формате ЧЧ:ММ (2 разряда для часов и 2 разряда для минут: от 00:00 до 23:59), отличается от предыдущего в 4 раза больше, чем предыдущее от предпредыдущего. Может ли возникнуть ситуация, когда стрелки обычных часов, показывающих ту же последовательность значений времени, вновь окажутся в некотором положении, которое занимали ранее? Если да, то найдите все случаи, в которых такое может случиться.
7. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{(x^4 - 1) \cdot (4 - x)^2}{(x^2 - 5x + 4) \cdot (1 - x)}} + \frac{(x + 2) \cdot (2x - 1)}{x \cdot (5 - x)} > 0 \\ (5 - 4x - x^6) \cdot \sqrt{(x + 1) \cdot (7 - 2x)} \leq 0 \end{cases}$$

Вариант ФМШ2019-10-2

1. Вычислите сумму ряда: $6 + 15 + 24 + \dots + (n - 24) + (n - 15) + (n - 6)$
(Идея задачи: Николай Дмитриев, 8 класс, Москва)
2. Что такое многоугольник? Может ли многоугольник иметь бесконечное количество сторон? Если да, то будет ли в этом случае конечной или бесконечной сумма длин всех его сторон? Если нет, то может ли тем не менее сумма длин всех сторон многоугольника быть бесконечной? Ответы обосновать.
3. Хомячок с 0 часов ночи до 6 часов утра бегать в колесе диаметром 18 см. Сделав пробежку продолжительностью 2-3 минуты он отдыхает. Затем снова бежит и опять отдыхает. Время отдыха в 2-4 раза меньше, чем время только что сделанной пробежки. За одну пробежку колесо делает 100-120 полных оборотов, а каждые 3 км пробега хомячка дают 1 Вт·ч энергии. На сколько процентов за ночь хомячок сможет зарядить мобильный телефон, который полностью заряжается зарядным устройством с напряжением 5 В и средним током 1 А в течение 3 часов ($A = I \cdot U \cdot t$).
4. Часть графика линейной функции $y = kx + b$ вместе с осями координат образует треугольник. После увеличения в 2 раза модуля b площадь треугольника уменьшилась. В каких пределах могло измениться значение k ?
5. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются на величину, лежащую между числом, кратным 9, и ближайшим к нему большим числом, кратным 3.
6. Каждое новое значение времени (кроме первого и второго), выводимое электронными часами в формате ЧЧ:ММ (2 разряда для часов и 2 разряда для минут: от 00:00 до 23:59), отличается от предыдущего в 6 раз больше, чем предыдущее от предпредыдущего. Может ли возникнуть ситуация, когда стрелки обычных часов, показывающих ту же последовательность значений времени, вновь окажутся в некотором положении, которое занимали ранее? Если да, то найдите все случаи, в которых такое может случиться.
7. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{(x^4 - 1) \cdot (5 - x)^2}{(x^2 - 6x + 5) \cdot (1 - x)}} + \frac{(x + 2) \cdot (2x - 1)}{x \cdot (6 - x)} > 0 \\ (7 - 6x - x^6) \cdot \sqrt{(x + 1) \cdot (9 - 2x)} \leq 0 \end{cases}$$