

Вариант ФМШ2018-II-10-1

1. Решите уравнение $x^n = n$, если n может принимать любое целое значение.
2. Что имеется в виду, когда говорят, что мы можем сравнить два математических объекта? Можно ли сравнивать векторы? Можно ли сравнить вектор с каким-либо другим объектом? Ответы обосновать.
3. Вася бежит в школу в 2 раза быстрее Светы. Но если он по пути встретит Петю, то вместе они пойдут в 4 раза медленнее бегущей Светы. Расстояние от дома Васи до школы в 2 раза меньше, чем от дома Светы до школы. Какое время Света могла находиться в пути, если Вася встретил Петю на второй четверти своего пути, и при этом он выбежал из дома на 5 минут позже Светы, а подошёл к школе вместе с Петей на 10 минут позже неё?
4. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются не более, чем на меньший из их модулей.
5. 1) Могут ли 3 последовательных члена геометрической прогрессии одновременно быть последовательными членами какой-либо арифметической прогрессии?
2) Какому условию должна удовлетворять арифметическая прогрессия, чтобы её первый, второй и два каких-либо других члена в указанном порядке были бы последовательными членами некоторой геометрической прогрессии?
6. К окружности с внешней стороны пририсованы 6 одинаковых фрагментов графика функции $y = x^2$ при $x \in [-2; 2]$ так, что точка окончания одного фрагмента совпадает с точкой начала другого, а сами точки начал и окончаний лежат на окружности. Во сколько раз площадь фигуры, ограниченной многоугольником, полученным соединением вершин всех соседних фрагментов, больше площади круга, границей которого является исходная окружность?
7. Сколько существует натуральных чисел, не превышающих 10000, которые делятся либо на 70, либо на 102, но не делятся ни на 15, ни на 119? Ответ обосновать.

Вариант ФМШ2018-II-10-2

1. Решите уравнение $x^n = -n$, если n может принимать любое целое значение.
2. Что имеется в виду, когда говорят, что мы не можем сравнить два математических объекта? Можно ли сравнивать, например, круги с квадратами? Можно ли с чем-то сравнить точку? Ответы обосновать.
3. Настя идёт в школу в 2 раза медленнее Димы. Но если она по пути встретит Вику, то вместе они побегут в 3 раза быстрее идущего Димы. Расстояние от дома Насти до школы в 2 раза больше, чем от дома Димы до школы. Какое время Дима мог находиться в пути, если Настя встретила Вику на третьей четверти своего пути, и при этом она вышла из дома на 10 минут раньше Димы, а прибежала к школе вместе с Викторой на 5 минут позже него?
4. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, модули координат которых отличаются не менее, чем на меньший из их модулей.
5. 1) Могут ли 3 последовательных члена арифметической прогрессии одновременно быть последовательными членами какой-либо геометрической прогрессии?
2) Предположим, что первый, второй и k -ый член арифметической прогрессии в указанном порядке являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии. Будет ли принадлежать исходной арифметической прогрессии четвёртый член этой геометрической прогрессии?
6. К окружности с внешней стороны пририсованы 6 одинаковых фрагментов графика функции $y = x^2$ при $x \in [-2; 2]$ так, что точка окончания одного фрагмента совпадает с точкой начала другого, а сами точки начал и окончаний лежат на окружности. Во сколько раз площадь фигуры, ограниченной многоугольником, полученным соединением вершин всех соседних фрагментов, больше площади фигуры, ограниченной многоугольником, полученных соединением точек начал соседних фрагментов?
7. Сколько существует натуральных чисел, не превышающих 10000, которые делятся либо на 105, либо на 154, но не делятся ни на 10, ни на 33? Ответ обосновать.