

### Вариант ФМШ2017-III-11-1

1. Функция  $f_n(x)$  для любого натурального  $n$  задана рекуррентным соотношением:  $f_n(x) = \ln f_{n-1}(x)$ . Какой может быть функция  $f_0(x)$ , если для каждого натурального  $n$  выполнено следующее равенство:  $f_0(x) \cdot f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_{n-1}(x) = \frac{x}{f_n'(x)}$ ?
2. Крышка канализационного люка сделана в форме правильного треугольника. Если отверстие люка сделать в форме правильного  $n$ -угольника, то каким должно быть  $n$ , чтобы площадь данного отверстия была максимальной, и при этом ни под каким углом крышка не могла провалиться в люк? (На основе задачи Никиты Дика, 9 класс, Москва)
3. Решите неравенство:  $|\sin|x|| < |\cos|x||$
4. Что такое грань геометрической фигуры? Любая ли геометрическая фигура имеет грани? Если нет, то при каких условиях геометрическая фигура будет иметь грани? Может ли геометрическая фигура иметь только одну грань? Ответы обосновать.
5. Муха стартует в момент времени  $t = 0$ , и координаты мухи в каждый момент времени  $t \geq 0$  описываются следующими формулами:  $x = t$ ,  $y = t \cdot \sin t$ ,  $z = t \cdot \cos t$ . В точке  $(a, a, a)$  этой же системы координат сидит хамелеон. При какой длине языка хамелеон сможет поймать муху кончиком своего языка через  $\frac{139}{6}\pi$  единиц времени после вылета мухи? Также изобразите траекторию движения мухи.
6. В правильную четырёхугольную пирамиду, боковые рёбра которой в 2 раза длиннее её высоты, а объём пирамиды равен  $a$ , вписан шар. В него вписана пирамида, подобная исходной. В эту пирамиду снова вписан шар, в который вписана пирамида, подобная предыдущим, и т.д. Найдите сумму объёмов всех пирамид, начиная с исходной.
7. Два натуральных числа в сумме дают 341. Может ли число 341 быть делителем произведения этих натуральных чисел? Ответ обосновать.

### Вариант ФМШ2017-III-11-2

1. Функция  $f_n(x)$  для любого натурального  $n$  задана рекуррентным соотношением:  $f_n(x) = \ln f_{n-1}(x)$ . Какой может быть функция  $f_0(x)$ , если для каждого натурального  $n$  выполнено следующее равенство:  $f_0(x) \cdot f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_{n-1}(x) = \frac{x^2}{f_n'(x)}$ ?
2. Крышка канализационного люка сделана в форме квадрата. Если отверстие люка сделать в форме правильного  $n$ -угольника, то каким должно быть  $n$ , чтобы площадь данного отверстия была максимальной, и при этом ни под каким углом крышка не могла провалиться в люк? (На основе задачи Никиты Дика, 9 класс, Москва)
3. Решите неравенство:  $|\sin|x|| > |\cos|x||$
4. Что такое ребро геометрической фигуры? Любая ли геометрическая фигура имеет рёбра? Если нет, то при каких условиях геометрическая фигура будет иметь рёбра? Может ли геометрическая фигура иметь только одно ребро? Ответы обосновать.
5. Муха стартует в момент времени  $t = 0$ , и координаты мухи в каждый момент времени  $t \geq 0$  описываются следующими формулами:  $x = t \cdot \cos t$ ,  $y = t$ ,  $z = t \cdot \sin t$ . В точке  $(a, a, a)$  этой же системы координат сидит хамелеон. При какой длине языка хамелеон сможет поймать муху кончиком своего языка через  $\frac{93}{4}\pi$  единиц времени после вылета мухи? Также изобразите траекторию движения мухи.
6. В правильную треугольную пирамиду, площади боковых граней которой в 2 раза больше площади её основания, а объём пирамиды равен  $a$ , вписан шар. В него вписана пирамида, подобная исходной. В эту пирамиду снова вписан шар, в который вписана пирамида, подобная предыдущим, и т.д. Найдите сумму объёмов всех пирамид, начиная с исходной.
7. Два натуральных числа в сумме дают 287. Может ли число 287 быть делителем произведения этих натуральных чисел? Ответ обосновать.