

Вариант ФМШ2017-III-10-1

1. Решите неравенство $f(|x| \cdot g(|x|)) < g(x - |x|)$, если $f(x) = x - 1$, а $g(x) = \frac{1}{x + 1}$.
2. Что такое сторона геометрической фигуры? Любая ли геометрическая фигура имеет стороны? Если нет, то при каких условиях геометрическая фигура будет иметь стороны. Может ли геометрическая фигура иметь только одну сторону? Ответы обосновать.
3. Имеются два канализационных люка с одинаковыми площадями отверстий, при этом одно из них – круглое, а другое – в форме правильного треугольника. Данные люки необходимо закрыть крышками в форме правильных треугольников, которые полностью закрывали бы отверстия люков, и при этом ни под каким углом не проваливались бы в люк. При условии, что обе крышки будут иметь минимально возможные размеры, на изготовление какой из них потребуется больше чугуна и во сколько раз? (Автор задачи: Никита Дик, 9 класс, Москва)
4. Решите уравнение: $\frac{xy}{x + y} - 3 \cdot \frac{x + y}{xy} - 2 = 0$
5. В квадрат со стороной a вписан другой квадрат таким образом, что его вершины лежат на сторонах исходного квадрата и делят их в отношении 3:1. Во второй квадрат также вписан квадрат, вершины которого лежат на сторонах второго квадрата и делят их в отношении 3:1 и т.д. Найдите сумму площадей всех квадратов, полученных таким образом, начиная с исходного.
6. Точки A и B движутся по координатной плоскости с одинаковыми скоростями вдоль оси x . Точка A движется по прямой $y = -\frac{x}{2} - 3$, начиная от точки с абсциссой (-3) , а точка B – по параболе $y = x^2 - 3x - 2$, начиная от точки с абсциссой (-5) . Окажутся ли когда-либо точки A и B одновременно в одной точке? Если да, то через сколько единиц времени после начала движения это произойдёт? Если нет, то на каком минимальном расстоянии они смогут находиться друг от друга?
7. Два натуральных числа в сумме дают 177. Может ли число 177 быть делителем произведения этих натуральных чисел? Ответ обосновать.

Вариант ФМШ2017-III-10-2

1. Решите неравенство $f(|x| \cdot g(|x|)) > f(|x| - x)$, если $f(x) = 1 + x$, а $g(x) = \frac{1}{1 - x}$.
2. Что такое вершина геометрической фигуры? Любая ли геометрическая фигура имеет вершины? Если нет, то при каких условиях геометрическая фигура будет иметь вершины. Может ли геометрическая фигура иметь только одну вершину? Ответы обосновать.
3. Имеются два канализационных люка: первый – с круглым отверстием, а второй – с квадратным, причём площадь первого отверстия в полтора раза больше второго. Данные люки необходимо закрыть квадратными крышками, которые полностью закрывали бы отверстия люков, и при этом ни под каким углом не проваливались бы в люк. При условии, что обе крышки будут иметь минимально возможные размеры, на изготовление какой из них потребуется больше чугуна и во сколько раз? (Автор задачи: Никита Дик, 9 класс, Москва)
4. Решите уравнение: $\frac{x + y}{xy} + 2 \cdot \frac{xy}{x + y} - 3 = 0$
5. В квадрат со стороной a вписан другой квадрат таким образом, что его вершины лежат на сторонах исходного квадрата и делят их в отношении 1:4. Во второй квадрат также вписан квадрат, вершины которого лежат на сторонах второго квадрата и делят их в отношении 1:4 и т.д. Найдите сумму площадей всех квадратов, полученных таким образом, начиная с исходного.
6. Точки A и B движутся по координатной плоскости с одинаковыми скоростями вдоль оси x . Точка A движется по прямой $y = \frac{x}{2} - 3$, начиная от точки с абсциссой (-2) , а точка B – по параболе $y = -x^2 + 3x - 4$, начиная от точки с абсциссой (-4) . Окажутся ли когда-либо точки A и B одновременно в одной точке? Если да, то через сколько единиц времени после начала движения это произойдёт? Если нет, то на каком минимальном расстоянии они смогут находиться друг от друга?
7. Два натуральных числа в сумме дают 161. Может ли число 161 быть делителем произведения этих натуральных чисел? Ответ обосновать.