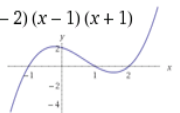



## Вариант ФМШ2017-II-11-1

1. Решите неравенство:  $\arcsin|x| < \arccos|x|$
2. Сколько воды необходимо долить в  $k\%$ -ый водный раствор активного вещества, чтобы снизить процентное содержание активного вещества в нём в 2 раза? Аналогичный вопрос, если доливается не вода, а  $n\%$ -ый водный раствор того же активного вещества.
3. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют только одному из следующих условий: 1) абсцисса меньше ординаты; 2) либо абсцисса, либо ордината меньше четырёх; 3) разность квадрата ординаты и абсциссы меньше двух.
4. На одном известном математическом сайте приводится следующая классификация кривых:

$y = (x-2)(x-1)(x+1)$   Кубическая гипербола<sup>\*</sup>: An equation of the form  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , where the three roots are real and distinct.

$y = x^3 + x^2 + x + 1$   Кубический эллипс<sup>†</sup>: An equation of the form  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  where only one root is real.

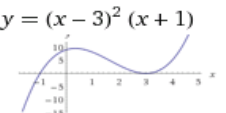
Какие неточности можно выделить в этих определениях? Корректна ли вообще такая классификация? Ответы обосновать.

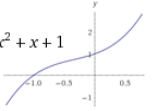
5. Найдите все возможные значения разностей между максимальным и минимальным трёхзначными числами, составленными из одинакового набора трёх цифр, при условии, что все эти три цифры различны.
6. Точка  $M(1; 2; 0)$  трёхмерного пространства  $XYZ$  делит отрезок  $AB$  в отношении 1:3. Точка  $A$  лежит в плоскости, параллельной плоскости  $XOZ$ , и проходящей через точку  $P(0; 4; 0)$ . Что представляет из себя геометрическое место точек, в которых может находиться точка  $B$ ? Какой может быть длина отрезка  $MN$ , если точка  $N$  делит отрезок  $AB$  в отношении 3:1?
7. Упростите выражение:

$$2 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 \cdot 8 + \dots + 2n \cdot (n+3) \cdot (3n-1)$$

## Вариант ФМШ2017-II-11-2

1. Решите неравенство:  $\arcsin|x| > \arccos|x|$
2. Сколько воды необходимо долить в  $k\%$ -ый водный раствор активного вещества, чтобы снизить процентное содержание активного вещества в нём в 3 раза? Аналогичный вопрос, если доливается не вода, а  $n\%$ -ый водный раствор того же активного вещества.
3. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют только одному из следующих условий: 1) абсцисса больше ординаты; 2) либо абсцисса, либо ордината больше четырёх; 3) сумма квадрата ординаты и абсциссы меньше двух.
4. На одном известном математическом сайте приводится следующая классификация кривых:

$y = (x-3)^2(x+1)$   Кубическая параболическая гипербола<sup>‡</sup>: An equation of the form  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , where two of the roots of the equation coincide.

$y = x^3 + x^2 + x + 1$   Кубический эллипс<sup>§</sup>: An equation of the form  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  where only one root is real.

Какие неточности можно выделить в этих определениях? Корректна ли вообще такая классификация? Ответы обосновать.

5. Найдите все возможные значения разностей между максимальным и минимальным трёхзначными числами, составленными из одинакового набора трёх цифр, при условии, что две из трёх цифр совпадают, а третья отличается от них.
6. Точка  $M(0; 2; 1)$  трёхмерного пространства  $XYZ$  делит отрезок  $AB$  в отношении 4:1. Точка  $B$  лежит в плоскости, параллельной плоскости  $XOY$ , и проходящей через точку  $P(0; 0; -1)$ . Что представляет из себя геометрическое место точек, в которых может находиться точка  $A$ ? Какой может быть длина отрезка  $MN$ , если точка  $N$  делит отрезок  $AB$  в отношении 1:4?
7. Упростите выражение:

$$1 \cdot 5 \cdot 1 + 2 \cdot 7 \cdot 4 + 3 \cdot 9 \cdot 7 + \dots + n \cdot (2n+3) \cdot (3n-2)$$

\* <http://mathworld.wolfram.com/CubicalHyperbola.html>

† <http://mathworld.wolfram.com/CubicalEllipse.html>

‡ <http://mathworld.wolfram.com/CubicalParabolicHyperbola.html>

§ <http://mathworld.wolfram.com/CubicalEllipse.html>