

1. Верно ли, что среднее арифметическое корней из двух последовательных натуральных чисел меньше корня из среднего арифметического этих натуральных чисел? Для каких функций среднее арифметическое их значений в двух последовательных натуральных числах меньше значения функции в среднем арифметическом этих чисел?
2. Предложите хотя бы одно разбиение правильного гексаэдра на 3 равновеликие части двумя параллельными плоскостями, не параллельными граням данного гексаэдра.
3. Постройте график функции: $f(x) = x + \frac{1}{x}$
4. а) В одном из материалов на сайте Гарвардского университета[‡] приводится следующее определение: «A function f is **periodic** if there is a positive constant k such that for all x in the domain of f , $f(x+k) = f(x)$ ». Согласны ли Вы с ним? Если нет, то как бы Вы его скорректировали?
б) Может ли минимальное значение k для суммы двух функций, о которых говорится в предыдущем пункте, быть меньше каждого из наименьших значений k для этих двух функций?
5. Десять панд съедают десять бамбуков за десять дней. Сколько бамбуков съедят двадцать панд за двадцать дней?
6. При каких неотрицательных значениях параметра a решением неравенства $\sqrt{a^2 - x^2} < 4 - a - x$ является интервал, длина которого больше 1.
7. Решите неравенство: $\cos x > \sin 2x - \cos 3x$

[‡] <http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic259093.files/L10UnitCircleTxt.pdf> (p. 596)

1. Верно ли, что среднее арифметическое квадратов двух последовательных натуральных чисел больше квадрата среднего арифметического этих натуральных чисел? Для каких функций среднее арифметическое их значений в двух последовательных натуральных числах больше значения функции в среднем арифметическом этих чисел?
2. Предложите хотя бы одно разбиение правильного гексаэдра на 4 равновеликие части тремя параллельными плоскостями, не параллельными граням данного гексаэдра.
3. Постройте график функции: $f(x) = x - \frac{1}{x}$
4. а) В одном из учебников[§] приводится следующее определение: «The function u is said to be *periodic* with *period* $a \neq 0$ if $u(x+a) = u(x)$ for each $x \in \mathbb{R}$ ». Согласны ли Вы с ним? Если нет, то как бы Вы его скорректировали?
б) Может ли произведение двух функций, о которых говорится в предыдущем пункте, не являться функцией такого типа?
5. Пять двоечников получают пять двоек за пять дней. Сколько двоек получают десять двоечников за десять дней?
6. При каких неотрицательных значениях параметра a решением неравенства $x + 6 - a > \sqrt{a^2 - x^2}$ является интервал, длина которого больше 2.
7. Решите неравенство: $\sin x < \cos x - \sin 3x$

[§] R. Beals. Advanced Mathematical Analysis. Springer-Verlag New York Inc., 1973 (p. 69)