

Вариант ФМШ2015-II-10-1

1. Решите уравнение: $\frac{x-2}{\sqrt{2x-5}} - \sqrt{x-3} = \sqrt{2x-5}$
2. Пусть $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = \underbrace{f(g(\dots f(g(f(g(x))))))}_{2015 \text{ пар } f(g(\dots))}$.

Упростите запись функции $h(x)$.

3. Дайте определение степенной функции, укажите её область определения и множество значений. Могут ли графики двух различных степенных функций:

- а) не иметь точек пересечения?
- б) иметь бесконечное количество точек пересечения?

Ответы обосновать.

4. Один сплав меди с оловом содержит эти металлы в отношении 2:3, другой в отношении 3:7. В каком количестве надо взять эти сплавы, чтобы получить 12 кг нового сплава, в котором медь и олово были бы в отношении 3:5?
5. В треугольник со стороной a и высотой h , опущенной на неё, вписан квадрат так, что две его вершины лежат на этой стороне треугольника, а две другие вершины – на двух других сторонах треугольника. Найдите сторону квадрата.
6. Постройте график функции $f(x) = |x+1| + |x-1|$. Измените аналитическое выражение функции так, чтобы график исходной функции:
 - а) сместился вдоль оси абсцисс на три единицы влево;
 - б) сместился вдоль оси ординаты на две единицы вверх.
7. Найдите все значения a , при которых три действительных корня уравнения $x^3 - 12x^2 + ax - 28 = 0$ являются последовательными членами арифметической прогрессии.

Вариант ФМШ2015-II-10-2

1. Решите уравнение: $\sqrt{x+1} + \frac{2x+5}{\sqrt{x+4}} = \sqrt{x+4}$
2. Пусть $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = \underbrace{g(f(\dots g(f(g(f(x))))))}_{2015 \text{ пар } g(f(\dots))}$.

Упростите запись функции $h(x)$.

3. Дайте определение корня n -ой степени и арифметического корня n -ой степени, укажите области определения и множества значений соответствующих функций. Как можно получить график функции корня n -ой степени из графика соответствующей степенной функции? Ответ обосновать.
4. В каких пропорциях нужно смешать раствор 50% и 70% кислоты, чтобы получить раствор 62% кислоты?
5. В треугольник со стороной a вписан квадрат со стороной b так, что две его вершины лежат на этой стороне треугольника, а две другие вершины – на двух других сторонах треугольника. Найдите высоту данного треугольника, опущенную на сторону треугольника, содержащую две вершины данного квадрата.
6. Постройте график функции $f(x) = |x-1| - |x+1|$. Измените аналитическое выражение функции так, чтобы график исходной функции:
 - а) сместился вдоль оси абсцисс на три единицы вправо;
 - б) сместился вдоль оси ординаты на четыре единицы вниз.
7. Найдите все значения a , при которых три действительных корня уравнения $x^3 + 12x^2 + ax + 28 = 0$ являются последовательными членами арифметической прогрессии.