

Вариант ФМШ2017-09-1

1. Найдите значение выражения $\frac{x^2 + x^4 + x^6 + \dots}{x + x^4 + x^7 + \dots}$ при $x = \frac{1}{2}$.

(На основе задачи Даниила Ткачева, 10 класс, Москва)

2. Что такое правильная дробь? Какой максимальной длины может быть интервал внутри интервала $(0;1)$, чтобы на нём было больше правильных дробей со знаменателем 7, чем правильных дробей с числителем 3? Ответы обоснуйте.
3. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:

$$|x^2 \cdot y| - |x \cdot y^2| \geq |x \cdot y|$$

4. Улитка проползла 1 метр за 10 минут, при этом каждую минуту она проползала по 10 см. В каких пределах могут находиться: а) отношение среднего арифметического средних скоростей улитки на всех минутных интервалах пути к средней скорости улитки за весь путь; б) отношение разности между её максимальной и минимальной скоростями в процессе пути к средней скорости улитки за весь путь?
5. Точка P находится на расстоянии $2m$ от точки A , являющейся вершиной равностороннего треугольника ABC , длины сторон которого равны m . Какую максимальную площадь может иметь треугольник PBC ?
6. Сколько существует четырёхзначных чисел, начинающихся с цифры 3, которые состоят из различных цифр и делятся без остатка на 60? Ответ обоснуйте.
7. Сколько целочисленных решений имеет система:

$$\begin{cases} |x| + |y| = n \\ x \cdot y > 0 \end{cases} ?$$

Вариант ФМШ2017-09-2

1. Найдите значение выражения $\frac{x^3 + x^6 + x^9 + \dots}{x + x^3 + x^5 + \dots}$ при $x = \frac{1}{3}$.

(На основе задачи Даниила Ткачева, 10 класс, Москва)

2. Что такое неправильная дробь? Какой максимальной длины может быть интервал внутри интервала $(1; +\infty)$, чтобы на нём было меньше неправильных дробей со знаменателем 3, чем неправильных дробей с числителем 7? Ответы обоснуйте.
3. На координатной плоскости изобразите множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:

$$|x^2 \cdot y| - |x \cdot y^2| \leq |x \cdot y|$$

4. Улитка проползла 1 метр за 10 минут, при этом каждую минуту она проползала по 10 см. В каких пределах могут находиться: а) отношение суммы средних скоростей улитки на всех минутных интервалах пути к средней скорости улитки за весь путь; б) отношение средней скорости улитки за весь путь к среднему арифметическому её минимальной и максимальной скоростей в процессе пути?
5. Точка K находится на расстоянии $\frac{m}{2}$ от точки A , являющейся вершиной равностороннего треугольника ABC , длины сторон которого равны m . Какую максимальную площадь может иметь треугольник KBC ?
6. Сколько существует четырёхзначных чисел, начинающихся с цифры 7, которые состоят из различных цифр и делятся без остатка на 90? Ответ обоснуйте.
7. Сколько целочисленных решений имеет система:

$$\begin{cases} |x| + |y| = n \\ x \cdot y < 0 \end{cases} ?$$