

1. Верно ли, что среднее арифметическое корней из двух последовательных натуральных чисел меньше корня из среднего арифметического этих натуральных чисел? Для каких функций среднее арифметическое их значений в двух последовательных натуральных числах меньше значения функции в среднем арифметическом этих чисел?
2. Предложите хотя бы одно разбиение правильного гексаэдра на 3 равновеликие части двумя параллельными плоскостями, не параллельными граням данного гексаэдра.
3. Постройте график функции:  $f(x) = x + \frac{1}{x}$
4. а) В одном из материалов на сайте Гарвардского университета<sup>‡</sup> приводится следующее определение: «A function  $f$  is **periodic** if there is a positive constant  $k$  such that for all  $x$  in the domain of  $f$ ,  $f(x+k) = f(x)$ ». Согласны ли Вы с ним? Если нет, то как бы Вы его скорректировали?  
б) Может ли минимальное значение  $k$  для суммы двух функций, о которых говорится в предыдущем пункте, быть меньше каждого из наименьших значений  $k$  для этих двух функций?
5. Десять панд съедают десять бамбуков за десять дней. Сколько бамбуков съедят двадцать панд за двадцать дней?
6. При каких неотрицательных значениях параметра  $a$  решением неравенства  $\sqrt{a^2 - x^2} < 4 - a - x$  является интервал, длина которого больше 1.
7. Решите неравенство:  $\cos x > \sin 2x - \cos 3x$

<sup>‡</sup> <http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic259093.files/L10UnitCircleTxt.pdf> (p. 596)

1. Верно ли, что среднее арифметическое квадратов двух последовательных натуральных чисел больше квадрата среднего арифметического этих натуральных чисел? Для каких функций среднее арифметическое их значений в двух последовательных натуральных числах больше значения функции в среднем арифметическом этих чисел?
2. Предложите хотя бы одно разбиение правильного гексаэдра на 4 равновеликие части тремя параллельными плоскостями, не параллельными граням данного гексаэдра.
3. Постройте график функции:  $f(x) = x - \frac{1}{x}$
4. а) В одном из учебников<sup>§</sup> приводится следующее определение: «The function  $u$  is said to be *periodic* with *period*  $a \neq 0$  if  $u(x+a) = u(x)$  for each  $x \in \mathbb{R}$ ». Согласны ли Вы с ним? Если нет, то как бы Вы его скорректировали?  
б) Может ли произведение двух функций, о которых говорится в предыдущем пункте, не являться функцией такого типа?
5. Пять двоечников получают пять двоек за пять дней. Сколько двоек получают десять двоечников за десять дней?
6. При каких неотрицательных значениях параметра  $a$  решением неравенства  $x + 6 - a > \sqrt{a^2 - x^2}$  является интервал, длина которого больше 2.
7. Решите неравенство:  $\sin x < \cos x - \sin 3x$

<sup>§</sup> R. Beals. Advanced Mathematical Analysis. Springer-Verlag New York Inc., 1973 (p. 69)